ONLINE-TEST 2

Aufgabe 1

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Die Anzahl der Determinantenfunktionen $D : \mathbb{K}^2 \to \mathbb{K}$, für die die Gleichung $D((1,2),(1,0)) = 5$ gilt, ist ☐.
- Sei $D : \mathbb{K}^2 \to \mathbb{K}$ eine Determinantenfunktion, sodass $D((1,5),(1,0)) = 1$. Dann ist $D((-2,2),(6,4)) =$ ☐.

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Die Anzahl der Determinantenfunktionen $D : \mathbb{K}^2 \to \mathbb{K}$, für die die Gleichung $D((1,3),(2,1)) = 5$ gilt, ist ☐.
- Sei $D : \mathbb{K}^2 \to \mathbb{K}$ eine Determinantenfunktion, sodass $D((1,-5),(1,0)) = 1$. Dann ist $D((-2,2),(6,4)) =$ ☐

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Die Anzahl der Determinantenfunktionen $D : \mathbb{K}^2 \to \mathbb{K}$, für die die Gleichung $D((1,3),(2,-1)) = 5$ gilt, ist ☐.
- Sei $D : \mathbb{K}^2 \to \mathbb{K}$ eine Determinantenfunktion, sodass $D((1,6),(1,0)) = 1$. Dann ist $D((-2,2),(5,4)) =$ ☐.

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Die Anzahl der Determinantenfunktionen $D : \mathbb{K}^2 \to \mathbb{K}$, für die die Gleichung $D((2,-3),(2,3)) = 5$ gilt, ist ☐.
- Sei $D : \mathbb{K}^2 \to \mathbb{K}$ eine Determinantenfunktion, sodass $D((1,-6),(1,0)) = 1$. Dann ist $D((-2,2),(5,4)) =$ ☐

Aufgabe 2

Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Sei $a \in \mathbb{R}$, sodass $\mathsf{det}\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & a & 2 \\ -5 & 0 & 2 \end{pmatrix} = -13$. Dann ist $a =$ ☐.

- Sei $b \in \mathbb{R}$, sodass $\det \begin{pmatrix} b & 0 & 0 & 4 \\ 2 & b^2 & 0 & 5 \\ 5 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -8$. Dann ist $b = \boxed{}$.

Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Sei $a \in \mathbb{R}$, sodass $\det \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & a & 3 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix} = 4$. Dann ist $a = \boxed{}$.
- Sei $b \in \mathbb{R}$, sodass $\det \begin{pmatrix} b & 0 & 0 & 3 \\ 1 & b^2 & 0 & 4 \\ 5 & -5 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 8$. Dann ist $b = \boxed{}$.

Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Sei $a \in \mathbb{R}$, sodass $\det \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 0 & a & -2 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} = -8$. Dann ist $a = \boxed{}$.
- Sei $b \in \mathbb{R}$, sodass $\det \begin{pmatrix} b & 0 & 0 & -3 \\ 3 & b^2 & 0 & 3 \\ -6 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 27$. Dann ist $b = \boxed{}$.

Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Sei $a \in \mathbb{R}$, sodass $\det \begin{pmatrix} -3 & 0 & -4 \\ 0 & a & -3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 18$. Dann ist $a = \boxed{}$.
- Sei $b \in \mathbb{R}$, sodass $\det \begin{pmatrix} b & 0 & 0 & -7 \\ 4 & b^2 & 0 & 4 \\ 4 & 4 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = -27$. Dann ist $b = \boxed{}$.

Aufgabe 3

Sei A die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} x-3 & 6 & 1 \\ 2 & x-2 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

- ☐Es gibt $x \in \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist.
- ☐Es gibt $x \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist.

Sei A die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} x-3 & 2 & 1 \\ 2 & x+2 & -1 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

- ☐Es gibt $x \in \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist.
- ☐Es gibt $x \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist.

Sei A die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} x+1 & 9 & 1 \\ -2 & x-5 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

- ☐Es gibt $x \in \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist.
- ☐Es gibt $x \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist.

Sei A die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} x+4 & 8 & 1 \\ -5 & x-4 & -1 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

- ☐Es gibt $x \in \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist.
- ☐Es gibt $x \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, sodass A nicht invertierbar ist.

Aufgabe 4

Seien $f, g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die linearen Abbildungen gegeben durch

$f(x, y, z) = (-3x + 2y + 2z, y + z, 6x + 3y)$ und

$g(x, y, z) = (x + y, -2x + 3y + 5z, 3y + 2z)$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt Basen B, B' von $\mathbb{R}^3$, sodass $[f]_B = [g]_{B'}$, wobei $[f]_B$ die darstellende Matrix von f bezüglich der Basis B und $[g]_{B'}$ die darstellende Matrix von g bezüglich der Basis B' ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Seien $f, g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die linearen Abbildungen gegeben durch

$f(x, y, z) = (-3x - 2y + 2z, x + y + z, 2x + 3y)$ und

$g(x, y, z) = (-x + y, -2x + 4y, 2x + 3y + 2z)$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt keine Basen B, B' von $\mathbb{R}^3$, sodass $[f]_B = [g]_{B'}$, wobei $[f]_B$ die darstellende Matrix von f bezüglich der Basis B und $[g]_{B'}$ die darstellende Matrix von g bezüglich der Basis B' ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Seien $f, g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die linearen Abbildungen gegeben durch

$f(x, y, z) = (2y - 2z, 3x + y + 2z, 6x - 2y)$ und

$g(x, y, z) = (x + 2y + 3z, x + 3y, 3y + 2z)$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt Basen B, B' von $\mathbb{R}^3$, sodass $[f]_B = [g]_{B'}$, wobei $[f]_B$ die darstellende Matrix von f bezüglich der Basis B und $[g]_{B'}$ die darstellende Matrix von g bezüglich der Basis B' ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Seien $f, g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die linearen Abbildungen gegeben durch

$f(x, y, z) = (-3x - 2z, 2x + 5y + z, -5x + 5y)$ und

$g(x, y, z) = (x - y, -2x - 3y + z, 5y + z)$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt keine Basen B, B' von $\mathbb{R}^3$, sodass $[f]_B = [g]_{B'}$, wobei $[f]_B$ die darstellende Matrix von f bezüglich der Basis B und $[g]_{B'}$ die darstellende Matrix von g bezüglich der Basis B' ist. ◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 5

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

- ☐Es gibt keine Matrix $M \in \mathsf{Mat}(\mathbb{Z}, 3 \times 3)$, sodass $M^2 = 3E_3$, wobei E_3 die Einheitsmatrix in $\mathsf{Mat}(\mathbb{Z}, 3 \times 3)$ ist.

- □Es gibt eine invertierbare Matrix $A \in \mathsf{Mat}(\mathbb{C}, 2 \times 2)$, sodass $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A = A \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

- □Es gibt eine Matrix $M \in \mathsf{Mat}(\mathbb{Z}, 3 \times 3)$, sodass $M^2 = 5Id$, wobei E_3 die Einheitsmatrix in $\mathsf{Mat}(\mathbb{Z}, 3 \times 3)$ ist.
- □Es gibt keine invertierbare Matrix $A \in \mathsf{Mat}(\mathbb{C}, 2 \times 2)$, sodass $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A = A \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

- □Es gibt keine Matrix $M \in \mathsf{Mat}(\mathbb{Z}, 3 \times 3)$, sodass $M^2 = 6Id$, wobei E_3 die Einheitsmatrix in $\mathsf{Mat}(\mathbb{Z}, 3 \times 3)$ ist.
- □Es gibt keine invertierbare Matrix $A \in \mathsf{Mat}(\mathbb{C}, 2 \times 2)$, sodass $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A = A \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

- □Es gibt keine Matrix $M \in \mathsf{Mat}(\mathbb{Z}, 3 \times 3)$, sodass $M^2 = 7Id$, wobei E_3 die Einheitsmatrix in $\mathsf{Mat}(\mathbb{Z}, 3 \times 3)$ ist.
- □Es gibt eine invertierbare Matrix $A \in \mathsf{Mat}(\mathbb{C}, 2 \times 2)$, sodass $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A = A \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.