ONLINE-TEST 7

——— Aufgabe 1 ———

Sei $A \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & i & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

$m_A(3) =$ $\boxed{4}$.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ i & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

$m_A(3) =$ $\boxed{4}$.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2i & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

$m_A(2) =$ $\boxed{-1}$.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2i & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

$m_A(2) =$ $\boxed{-1}$.

Aufgabe 2

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(5 \times 5, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^5.

☐ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(6 \times 6, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^5.

☒ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^5.

☐ Alle obigen Aussagen sind falsch.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(5 \times 5, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^6.

☒ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(6 \times 6, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^6.

☐ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(7 \times 7, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^6.

☐ Alle obigen Aussagen sind falsch.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(5 \times 5, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^5.

☐ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(6 \times 6, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^5.

☒ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^4.

☐ Alle obigen Aussagen sind falsch.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(5 \times 5, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^7.

☒ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(6 \times 6, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^6.

☐ Für alle $A \in \mathsf{Mat}(7 \times 7, \mathbb{C})$ ist χ_A ein Teiler von m_A^5.

☐ Alle obigen Aussagen sind falsch.

Aufgabe 3

Sei $n \geq 2$ und sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Wir definieren $\sigma(A) = \{\lambda \in \mathbb{C} : \lambda \text{ ist ein Eigenwert von } A\}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

[x] Sei $p \in \mathbb{C}[x]$. Wenn $\deg(p) \leq 1$, dann ist $\sigma(p(A)) = \{p(\lambda) : \lambda \in \sigma(A)\}$.

[x] Wenn $n = 2$, dann gilt $\sigma(p(A)) = \{p(\lambda) : \lambda \in \sigma(A)\}$ für alle $p \in \mathbb{C}[x]$.

Sei $n \geq 2$ und sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Wir definieren $\sigma(A) = \{\lambda \in \mathbb{C} : \lambda \text{ ist ein Eigenwert von } A\}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

[ ] Es gibt $p \in \mathbb{C}[x]$ mit $\deg(p) \leq 1$, sodass $\sigma(p(A)) \neq \{p(\lambda) : \lambda \in \sigma(A)\}$.

[x] Wenn $n = 2$, dann gilt $\sigma(p(A)) = \{p(\lambda) : \lambda \in \sigma(A)\}$ für alle $p \in \mathbb{C}[x]$.

Sei $n \geq 2$ und sei $M \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Wir definieren $\sigma(M) = \{\lambda \in \mathbb{C} : \lambda \text{ ist ein Eigenwert von } M\}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

[ ] Es gibt $q \in \mathbb{C}[x]$ mit $\deg(q) \leq 1$, sodass $\{q(\lambda) : \lambda \in \sigma(M)\} \neq \sigma(q(M))$.

[x] Wenn $n = 2$, dann gilt $\{q(\lambda) : \lambda \in \sigma(M)\} = \sigma(q(M))$ für alle $q \in \mathbb{C}[x]$.

Sei $n \geq 2$ und sei $M \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Wir definieren $\sigma(M) = \{\lambda \in \mathbb{C} : \lambda \text{ ist ein Eigenwert von } M\}$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

[x] Sei $q \in \mathbb{C}[x]$. Wenn $\deg(q) \leq 1$, dann ist $\{q(\lambda) : \lambda \in \sigma(M)\} = \sigma(q(M))$.

[x] Wenn $n = 2$, dann gilt $\{q(\lambda) : \lambda \in \sigma(M)\} = \sigma(q(M))$ für alle $q \in \mathbb{C}[x]$.

Aufgabe 4

Sei $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ die $\mathbb{C}$-lineare Abbildung gegeben durch $f(x, y) = (x + 2y, x - 2y)$.

Wählen Sie die richtige Antwort aus.

Die Anzahl der f-invarianten Unterräume von $\mathbb{C}^2$ ist

( ) 0

( ) 1

( ) 2

( ) 3

(x) 4

( ) unendlich

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die $\mathbb{R}$-lineare Abbildung gegeben durch $f(x, y) = (y, -x)$.

Wählen Sie die richtige Antwort aus.

Die Anzahl der f-invarianten Unterräume von $\mathbb{R}^2$ ist

- ○ 0
- ○ 1
- ☒ 2
- ○ 3
- ○ 4
- ○ unendlich

Sei $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ die $\mathbb{C}$-lineare Abbildung gegeben durch $f(x, y) = (2x + y, x + 2y)$.

Wählen Sie die richtige Antwort aus.

Die Anzahl der f-invarianten Unterräume von $\mathbb{C}^2$ ist

- ○ 0
- ○ 1
- ○ 2
- ○ 3
- ☒ 4
- ○ unendlich

Sei $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ die $\mathbb{C}$-lineare Abbildung gegeben durch $f(x, y) = (2x + y, 2y)$.

Wählen Sie die richtige Antwort aus.

Die Anzahl der f-invarianten Unterräume von $\mathbb{C}^2$ ist

- ○ 0
- ○ 1
- ○ 2
- ☒ 3

○4

○unendlich

Aufgabe 5

Wir betrachten $f, g \in \mathbb{C}[x]$, sodass $ggT(f, g) = 1$.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒Für alle $v \in$ Kern$(f(A))$ gilt $g(A)v \in$ Kern$(f(A))$.

☒Für alle $v \in$ Kern$(f(A))$ gibt es $w \in$ Kern$(f(A))$, sodass $v = g(A)w$.

Wir betrachten $f, g \in \mathbb{R}[x]$, sodass $ggT(f, g) = 1$.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒Für alle $v \in$ Kern$(g(A))$ gilt $f(A)v \in$ Kern$(g(A))$.

☒Für alle $v \in$ Kern$(g(A))$ gibt es $w \in$ Kern$(g(A))$, sodass $v = f(A)w$.

Wir betrachten $f, g \in \mathbb{Q}[x]$, sodass $ggT(f, g) = 1$.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{Q})$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒Für alle $v \in$ Kern$(f(A))$ gilt $g(A)v \in$ Kern$(f(A))$.

☒Für alle $v \in$ Kern$(f(A))$ gibt es $w \in$ Kern$(f(A))$, sodass $v = g(A)w$.

Wir betrachten $f, g \in \mathbb{C}[x]$, sodass $ggT(f, g) = 1$.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒Für alle $v \in$ Kern$(g(A))$ gilt $f(A)v \in$ Kern$(g(A))$.

☒Für alle $v \in$ Kern$(g(A))$ gibt es $w \in$ Kern$(g(A))$, sodass $v = f(A)w$.