# ONLINE-TEST 9

## Aufgabe 1

Sei $A \in \mathsf{Mat}(3 \times 3, \mathbb{C})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k^2+k-2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & k+2 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Die Matrix $A$ ist genau dann nilpotent, wenn $k = \boxed{\phantom{xx}}$.

---

Sei $A \in \mathsf{Mat}(3 \times 3, \mathbb{C})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k^2+3k+2 \\ 2 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & k+2 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Die Matrix $A$ ist genau dann nilpotent, wenn $k = \boxed{\phantom{xx}}$.

---

Sei $A \in \mathsf{Mat}(3 \times 3, \mathbb{C})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k^2-k-2 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & k+1 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Die Matrix $A$ ist genau dann nilpotent, wenn $k = \boxed{\phantom{xx}}$.

---

Sei $A \in \mathsf{Mat}(3 \times 3, \mathbb{C})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k^2-3k+2 \\ -3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & k-2 \end{pmatrix}$$

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Die Matrix $A$ ist genau dann nilpotent, wenn $k = \boxed{\phantom{xx}}$.

## Aufgabe 2

Seien $A, B \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

□Wenn $A$ und $B$ nilpotente Matrizen sind, dann ist $A+B$ auch nilpotent.

□Wenn $A$ und $B$ nilpotente Matrizen sind, dann ist $AB$ auch nilpotent.

□Alle obigen Aussagen sind falsch.

---

Seien $A, B \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{R})$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

□Es gibt $A$ und $B$ nilpotente Matrizen, sodass $AB$ nicht nilpotent ist.

□Wenn $A$ und $B$ nilpotente Matrizen sind, dann ist $A+B$ auch nilpotent.

□Alle obigen Aussagen sind falsch.

---

Seien $A, B \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{C})$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

□Es gibt $A$ und $B$ nilpotente Matrizen, sodass $A+B$ nicht nilpotent ist.

□Es gibt $A$ und $B$ nilpotente Matrizen, sodass $AB$ nicht nilpotent ist.

□Alle obigen Aussagen sind falsch.

---

Seien $A, B \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

□Es gibt $A$ und $B$ nilpotente Matrizen, sodass $A+B$ nicht nilpotent ist.

□Wenn $A$ und $B$ nilpotente Matrizen sind, dann ist $AB$ auch nilpotent.

□Alle obigen Aussagen sind falsch.

## Aufgabe 3

Sei $n \in \mathbb{N}$ und sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Wir bezeichnen mit $[A]$ die Äquivalenzklasse von $A$ bezüglich der Ähnlichkeitsrelation ($A$ und $B$ heißen zueinander ähnlich, wenn es eine invertierbare Matrix $C$ gibt, sodass $A = CBC^{-1}$).

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Betrachten Sie Matrizen $A \in \mathsf{Mat}(6 \times 6, \mathbb{R})$. Die Menge $\{[A] : A \text{ist nilpotent und} \dim_{\mathbb{R}}(Kern(A)) = 2\}$ hat ______ Elemente.

---

Sei $n \in \mathbb{N}$ und sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Wir bezeichnen mit $[A]$ die Äquivalenzklasse von $A$ bezüglich der Ähnlichkeitsrelation ($A$ und $B$ heißen zueinander ähnlich, wenn es eine invertierbare Matrix $C$ gibt, sodass $A = CBC^{-1}$).

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Betrachten Sie Matrizen $A \in \mathsf{Mat}(6 \times 6, \mathbb{R})$. Die Menge $\{[A] : A \text{ist nilpotent und} \dim_{\mathbb{R}}(Kern(A)) = 3\}$ hat $\boxed{\phantom{xx}}$ Elemente.

---

Sei $n \in \mathbb{N}$ und sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Wir bezeichnen mit $[A]$ die Äquivalenzklasse von $A$ bezüglich der Ähnlichkeitsrelation ($A$ und $B$ heißen zueinander ähnlich, wenn es eine invertierbare Matrix $C$ gibt, sodass $A = CBC^{-1}$).

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Betrachten Sie Matrizen $A \in \mathsf{Mat}(6 \times 6, \mathbb{R})$. Die Menge $\{[A] : A \text{ist nilpotent und} \dim_{\mathbb{R}}(Kern(A)) = 4\}$ hat $\boxed{\phantom{xx}}$ Elemente.

---

Sei $n \in \mathbb{N}$ und sei $A \in \mathsf{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Wir bezeichnen mit $[A]$ die Äquivalenzklasse von $A$ bezüglich der Ähnlichkeitsrelation ($A$ und $B$ heißen zueinander ähnlich, wenn es eine invertierbare Matrix $C$ gibt, sodass $A = CBC^{-1}$).

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Betrachten Sie Matrizen $A \in \mathsf{Mat}(6 \times 6, \mathbb{R})$. Die Menge $\{[A] : A \text{ist nilpotent und} \dim_{\mathbb{R}}(Kern(A)) = 5\}$ hat $\boxed{\phantom{xx}}$ Elemente.

## Aufgabe 4

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper und seien $f, g : \mathbb{K}^5 \to \mathbb{K}^5$ die $\mathbb{K}$-linearen Abbildungen gegeben durch

$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, x_1, x_2, x_5, 0)$,

$g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_2, x_4, 0, 0, x_3)$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt keine Basen $B, B'$ von $\mathbb{R}^3$, sodass $[f]_B = [g]_{B'}$, wobei $[f]_B$ die darstellende Matrix von $f$ bezüglich der Basis $B$ und $[g]_{B'}$ die darstellende Matrix von $g$ bezüglich der Basis $B'$ ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper und seien $f, g : \mathbb{K}^5 \to \mathbb{K}^5$ die $\mathbb{K}$-linearen Abbildungen gegeben durch

$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_5, 0, 0, x_3, x_2)$,

$g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, x_1, x_2, x_5, 0)$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt keine Basen $B, B'$ von $\mathbb{R}^3$, sodass $[f]_B = [g]_{B'}$, wobei $[f]_B$ die darstellende Matrix von $f$ bezüglich der Basis $B$ und $[g]_{B'}$ die darstellende Matrix von $g$ bezüglich der Basis $B'$ ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper und seien $f, g : \mathbb{K}^5 \to \mathbb{K}^5$ die $\mathbb{K}$-linearen Abbildungen gegeben durch

$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_5, 0, 0, x_3, x_2)$,

$g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_2, x_4, 0, 0, x_3)$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt keine Basen $B, B'$ von $\mathbb{R}^3$, sodass $[f]_B = [g]_{B'}$, wobei $[f]_B$ die darstellende Matrix von $f$ bezüglich der Basis $B$ und $[g]_{B'}$ die darstellende Matrix von $g$ bezüglich der Basis $B'$ ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper und seien $f, g : \mathbb{K}^5 \to \mathbb{K}^5$ die $\mathbb{K}$-linearen Abbildungen gegeben durch

$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, x_2, x_3, x_1)$,

$g(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_5, 0, 0, x_3, x_2)$.

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt keine Basen $B, B'$ von $\mathbb{R}^3$, sodass $[f]_B = [g]_{B'}$, wobei $[f]_B$ die darstellende Matrix von $f$ bezüglich der Basis $B$ und $[g]_{B'}$ die darstellende Matrix von $g$ bezüglich der Basis $B'$ ist. ◯ wahr ◯falsch

## Aufgabe 5

Betrachten Sie Matrizen $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{C})$. Mit $[A]$ bezeichnen wir die Äquivalenzklasse von $A$ bezüglich der Ähnlichkeitsrelation.

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Die Menge $\{[A] : \chi_A = X^2 + 2X + 1\}$ hat ☐ Elemente.

---

Betrachten Sie Matrizen $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{C})$. Mit $[A]$ bezeichnen wir die Äquivalenzklasse von $A$ bezüglich der Ähnlichkeitsrelation.

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Die Menge $\{[A] : \chi_A = X^2 - 2X + 1\}$ hat ☐ Elemente.

---

Betrachten Sie Matrizen $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{C})$. Mit $[A]$ bezeichnen wir die Äquivalenzklasse von $A$ bezüglich der Ähnlichkeitsrelation.

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Die Menge $\{[A] : \chi_A = X^2 + 4X + 4\}$ hat ☐ Elemente.

---

Betrachten Sie Matrizen $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{C})$. Mit $[A]$ bezeichnen wir die Äquivalenzklasse von $A$ bezüglich der Ähnlichkeitsrelation.

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

Die Menge $\{[A] : \chi_A = X^2 - 4X + 4\}$ hat ☐ Elemente.