ONLINE-TEST 11

——— Aufgabe 1 ———

Sei X die Menge $\{M \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{F}_3) : M$ ist in rationaler Normalform, χ_M ist irreduzibel und $\mathsf{tr}(M) = [1]\}$.

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

X hat $\boxed{}$ Elemente.

Sei X die Menge $\{M \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{F}_3) : M$ ist in rationaler Normalform, χ_M ist irreduzibel und $\mathsf{tr}(M) = [-1]\}$.

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

X hat $\boxed{}$ Elemente.

Sei X die Menge $\{M \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{F}_3) : M$ ist in rationaler Normalform, χ_M ist irreduzibel und $\mathsf{det}(M) = [-1]\}$.

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

X hat $\boxed{}$ Elemente.

Sei X die Menge $\{M \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{F}_3) : M$ ist in rationaler Normalform, χ_M ist irreduzibel und $\mathsf{det}(M) = [1]\}$.

Ergänzen Sie die richtige Antwort.

X hat $\boxed{}$ Elemente.

——— Aufgabe 2 ———

Betrachten Sie die Matrix $M \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ gegeben durch

$$\begin{pmatrix} 54 & -79 \\ 39 & -57 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die rationale Normalform von M:

$$\begin{pmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{pmatrix}$$

Betrachten Sie die Matrix $M \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ gegeben durch

$$\begin{pmatrix} 21 & -39 \\ 13 & -24 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die rationale Normalform von M:

$$\begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$$

Betrachten Sie die Matrix $M \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ gegeben durch

$$\begin{pmatrix} 16 & -29 \\ 10 & -18 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die rationale Normalform von M:

$$\begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$$

Betrachten Sie die Matrix $M \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ gegeben durch

$$\begin{pmatrix} 40 & -58 \\ 29 & -42 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die rationale Normalform von M:

$$\begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Sei $A = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 : b = a^2 + a + 1\}$. Wir betrachten die Abbildung $+ : \mathbb{R} \times A \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$(a,b) + x := (a + x, b + 2ax + x^2 + x)$, wobei $x \in \mathbb{R}$ und $(a,b) \in A$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ Für alle $(a,b) \in A$ und $x \in \mathbb{R}$ gilt $(a,b) + x \in A$.

☐ $(A, +)$ ist ein affiner Raum über $\mathbb{R}$, wobei $+$ wie oben definiert ist.

☐ Alle obigen Aussagen sind falsch

Sei $A = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 : b = a^2 + 2a + 1\}$. Wir betrachten die Abbildung $+ : \mathbb{R} \times A \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$(a,b) + x := (a + x, b + 2ax + x^2 + 2x)$, wobei $x \in \mathbb{R}$ und $(a,b) \in A$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ Für alle $(a,b) \in A$ und $x \in \mathbb{R}$ gilt $(a,b) + x \in A$.

☐$(A, +)$ ist ein affiner Raum über $\mathbb{R}$, wobei $+$ wie oben definiert ist.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch

Sei $A = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : b = -a^2 + 2a - 1\}$. Wir betrachten die Abbildung $+ : \mathbb{R} \times A \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$(a, b) + x := (a + x, b - 2ax - x^2 + 2x)$, wobei $x \in \mathbb{R}$ und $(a, b) \in A$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Für alle $(a, b) \in A$ und $x \in \mathbb{R}$ gilt $(a, b) + x \in A$.

☐$(A, +)$ ist ein affiner Raum über $\mathbb{R}$, wobei $+$ wie oben definiert ist.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch

Sei $A = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : b = -a^2 - a + 1\}$. Wir betrachten die Abbildung $+ : \mathbb{R} \times A \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch

$(a, b) + x := (a + x, b - 2ax - x^2 - x)$, wobei $x \in \mathbb{R}$ und $(a, b) \in A$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Für alle $(a, b) \in A$ und $x \in \mathbb{R}$ gilt $(a, b) + x \in A$.

☐$(A, +)$ ist ein affiner Raum über $\mathbb{R}$, wobei $+$ wie oben definiert ist.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch

Aufgabe 4

Sei A die Menge $\{4, 9, 2\} \subset \mathbb{Z}$.

Wählen Sie die richtige Antwort aus.

Die Anzahl der Funktionen $+ : A \times \mathbb{F}_3 \to A$, sodass A ein affiner Raum über $\mathbb{F}_3$ ist, ist:

◯ unendlich

◯3^3

◯0

◯2

◯4

Sei A die Menge $\{7, 2, -5\} \subset \mathbb{Z}$.

Wählen Sie die richtige Antwort aus.

Die Anzahl der Funktionen $+ : A \times \mathbb{F}_3 \to A$, sodass A ein affiner Raum über $\mathbb{F}_3$ ist, ist:

○ 3^2

○unendlich

○4

○0

○2

Sei A die Menge $\{-1, 3, 8\} \subset \mathbb{Z}$.

Wählen Sie die richtige Antwort aus.

Die Anzahl der Funktionen $+ : A \times \mathbb{F}_3 \to A$, sodass A ein affiner Raum über $\mathbb{F}_3$ ist, ist:

○ 4

○0

○2

○3^2

○unendlich

Sei A die Menge $\{-2, 2, 4\} \subset \mathbb{Z}$.

Wählen Sie die richtige Antwort aus.

Die Anzahl der Funktionen $+ : A \times \mathbb{F}_3 \to A$, sodass A ein affiner Raum über $\mathbb{F}_3$ ist, ist:

○ 3^3

○2

○0

○4

○unendlich

——— Aufgabe 5 ———

Seien $X \neq \emptyset$ eine Menge und V ein Vektorraum über einem Körper $\mathbb{K}$. Wenn $f : V \to X$ eine bijektive Funktion ist, definieren wir $p +_f x := f(x +_V f^{-1}(p))$ für alle $x \in V, p \in A$, wobei $+_V$ die Vektoraddition von V bezeichnet.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Wenn $f : V \to X$ eine bijektive Funktion ist, dann ist $(X, +_f)$ ein affiner Raum über V.

☐Wenn $(X, +)$ ein affiner Raum über V ist, dann gibt es eine bijektive Funktion $f : V \to X$, sodass $+ = +_f$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch

Seien $X \neq \emptyset$ eine Menge und V ein Vektorraum über einem Körper $\mathbb{K}$. Wenn $f : V \to X$ eine bijektive Funktion ist, definieren wir $p +_f x := f(x +_V f^{-1}(p))$ für alle $x \in V, p \in A$, wobei $+_V$ die Vektoraddition von V bezeichnet.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Es gibt eine bijektive Funktion $f : V \to X$, sodass $(X, +_f)$ kein affiner Raum über V ist.

☐Es gibt einen affinen Raum $(X, +)$ über V, sodass $+ \neq +_f$ für alle bijektive Funktionen $f : V \to X$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch

Seien $X \neq \emptyset$ eine Menge und V ein Vektorraum über einem Körper $\mathbb{K}$. Wenn $f : V \to X$ eine bijektive Funktion ist, definieren wir $p +_f x := f(x +_V f^{-1}(p))$ für alle $x \in V, p \in A$, wobei $+_V$ die Vektoraddition von V bezeichnet.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Es gibt eine bijektive Funktion $f : V \to X$, sodass $(X, +_f)$ kein affiner Raum über V ist.

☐Wenn $(X, +)$ ein affiner Raum über V ist, dann gibt es eine bijektive Funktion $f : V \to X$, sodass $+ = +_f$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch

Seien $X \neq \emptyset$ eine Menge und V ein Vektorraum über einem Körper $\mathbb{K}$. Wenn $f : V \to X$ eine bijektive Funktion ist, definieren wir $p +_f x := f(x +_V f^{-1}(p))$ für alle $x \in V, p \in A$, wobei $+_V$ die Vektoraddition von V bezeichnet.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Wenn $f : V \to X$ eine bijektive Funktion ist, dann ist $(X, +_f)$ ein affiner Raum über V.

☐Es gibt einen affinen Raum $(X, +)$ über V, sodass $+ \neq +_f$ für alle bijektive Funktionen $f : V \to X$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch