

## ONLINE-TEST 7

### Aufgabe 1

Gegeben sind die Polynome  $p(x) = 3x^3 + 5x - 2$ ,  $q(x) = x^2 - x + 1$  und  $r(x) = x + 2$  mit Koeffizienten in  $\mathbb{Z}$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gilt die Gleichung  $p(x)q(x) + r(x) = 3x^5 - 3x^4 + 8x^3 - 7x^2 + 8x$ .  wahr  falsch

---

Gegeben sind die Polynome  $p(x) = 2x^3 + x^2 - 4x + 5$ ,  $q(x) = 2x^2 + 1$  und  $r(x) = x + 1$  mit Koeffizienten in  $\mathbb{Z}$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gilt die Gleichung  $p(x)q(x) + r(x) = 4x^5 + 2x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 3x + 6$ .  wahr  falsch

---

Gegeben sind die Polynome  $p(x) = -3x^3 + x^2 + 4x + 5$ ,  $q(x) = 3x^2 + 2$  und  $r(x) = x + 1$  mit Koeffizienten in  $\mathbb{Z}$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gilt die Gleichung  $p(x)q(x) + r(x) = -9x^5 + 3x^4 + 6x^3 + 17x^2 + 9x + 11$ .  wahr  falsch

---

Gegeben sind die Polynome  $p(x) = -x^5 - x^2 + 2x + 6$ ,  $q(x) = x^2 - 2$  und  $r(x) = x + 3$  mit Koeffizienten in  $\mathbb{Z}$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gilt die Gleichung  $p(x)q(x) + r(x) = -x^5 - x^4 + 4x^3 + 8x^2 - 3x - 9$ .  wahr  falsch

### Aufgabe 2

Betrachten Sie den Ring  $\mathbb{R}[x]$  als Vektorraum über  $\mathbb{R}$ . Die Ableitung eines Polynoms  $p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  ist das Polynom  $p'(x) = \sum_{i=1}^n i a_i x^{i-1}$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Menge  $U = \{p(x) \in \mathbb{R}[x] : p'(1) = p(1)\}$  ist ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}[x]$ .  wahr  falsch

---

Betrachten Sie den Ring  $\mathbb{R}[x]$  als Vektorraum über  $\mathbb{R}$ . Die Ableitung eines Polynoms  $p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  ist das Polynom  $p'(x) = \sum_{i=1}^n i a_i x^{i-1}$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Menge  $U = \{p(x) \in \mathbb{R}[x] : p'(2) = p(0)\}$  ist ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}[x]$ .  wahr  falsch

---

Betrachten Sie den Ring  $\mathbb{R}[x]$  als Vektorraum über  $\mathbb{R}$ . Die Ableitung eines Polynoms  $p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  ist das Polynom  $p'(x) = \sum_{i=1}^n i a_i x^{i-1}$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Menge  $U = \{p(x) \in \mathbb{R}[x] : p'(-1) = p(2)\}$  ist ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}[x]$ .  wahr  falsch

---

Betrachten Sie den Ring  $\mathbb{R}[x]$  als Vektorraum über  $\mathbb{R}$ . Die Ableitung eines Polynoms  $p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  ist das Polynom  $p'(x) = \sum_{i=1}^n i a_i x^{i-1}$ . Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Menge  $U = \{p(x) \in \mathbb{R}[x] : p'(0) = p(1)\}$  ist ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}[x]$ .  wahr  falsch

————— Aufgabe 3 —————

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a)  $(2, -1)$  und  $(-1, 2)$  sind linear unabhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ .  wahr  falsch

b)  $(-3, 0)$  und  $(5, 0)$  sind linear unabhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ .  wahr  falsch

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a)  $(1, -3)$  und  $(3, -1)$  sind linear abhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ .  wahr  falsch

b)  $(0, 2)$  und  $(0, -7)$  sind linear abhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ .  wahr  falsch

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a)  $(2, 0)$  und  $(-5, 0)$  sind linear unabhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ .  wahr  falsch

b)  $(2, 3)$  und  $(2, -3)$  sind linear unabhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ .  wahr  falsch

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a)  $(1, 1)$  und  $(2, -2)$  sind linear abhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ .  wahr  falsch

b)  $(2, 0)$  und  $(-3, 0)$  sind linear abhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ .  wahr  falsch

————— Aufgabe 4 —————

Sei  $V$  ein beliebiger Vektorraum über einem Körper  $K$  sowie  $v_1, v_2, v_3 \in V$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a) Wenn  $v_1 \in [\{v_2, v_3\}]$ , dann sind  $v_1, v_2, v_3$  linear abhängige Vektoren.  wahr  falsch

b) Wenn  $v_1$  und  $v_2$  linear abhängig sind, dann  $[\{v_1, v_2\}] = [\{v_1\}]$ .  wahr  falsch

---

Sei  $V$  ein beliebiger Vektorraum über einem Körper  $K$  sowie  $v_1, v_2, v_3 \in V$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- a) Wenn  $v_1 \in [\{v_2, v_3\}]$ , dann sind  $v_1, v_2, v_3$  linear unabhängige Vektoren.  wahr  falsch
- b) Wenn  $v_1$  und  $v_2$  linear abhängig sind, dann  $[\{v_1, v_2\}] = [\{v_1\}]$  oder  $[\{v_1, v_2\}] = [\{v_2\}]$ .  wahr  falsch
- 

Sei  $V$  ein beliebiger Vektorraum über einem Körper  $K$  sowie  $v_1, v_2, v_3 \in V$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- a) Wenn  $v_1 \notin [\{v_2, v_3\}]$ , dann sind  $v_1, v_2, v_3$  linear unabhängige Vektoren.  wahr  falsch
- b) Wenn  $v_1$  und  $v_2$  linear unabhängig sind, dann  $[\{v_1, v_2\}] \neq [\{v_1\}]$  und  $[\{v_1, v_2\}] \neq [\{v_2\}]$ .  wahr  falsch
- 

Sei  $V$  ein beliebiger Vektorraum über einem Körper  $K$  sowie  $v_1, v_2 \in V$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- a) Wenn  $v_1 \notin [\{v_2\}]$ , dann sind  $v_1, v_2$  linear unabhängige Vektoren.  wahr  falsch
- b) Wenn  $v_1$  und  $v_2$  linear unabhängig sind, dann  $[\{v_1\}] \neq [\{v_2\}]$ .  wahr  falsch
- 

### Aufgabe 5

Sei  $a$  eine beliebige ganze Zahl. Betrachten Sie die Vektoren  $v = (a, -1)$  und  $w = (-2, 1)$ . Ergänzen Sie die richtige Antwort.

$v$  und  $w$  sind genau dann linear abhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ , wenn  $a = \boxed{2}$  ist.

---

Sei  $a$  eine beliebige ganze Zahl. Betrachten Sie die Vektoren  $v = (a, 2)$  und  $w = (2, 1)$ . Ergänzen Sie die richtige Antwort.

$v$  und  $w$  sind genau dann linear abhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ , wenn  $a = \boxed{4}$  ist.

---

Sei  $a$  eine beliebige ganze Zahl. Betrachten Sie die Vektoren  $v = (a, 3)$  und  $w = (3, 1)$ . Ergänzen Sie die richtige Antwort.

$v$  und  $w$  sind genau dann linear abhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ , wenn  $a = \boxed{9}$  ist.

---

Sei  $a$  eine beliebige ganze Zahl. Betrachten Sie die Vektoren  $v = (a, -2)$  und  $w = (-1, 1)$ . Ergänzen Sie die richtige Antwort.

$v$  und  $w$  sind genau dann linear abhängige Vektoren im  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^2$ , wenn  $a = \boxed{2}$  ist.