ONLINE-TEST 13

——— Aufgabe 1 ———

Sei n eine natürliche Zahl sowie $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Es gibt genau dann genau eine Lösung $y \in \mathbb{R}^n$ von $Ax = 0$, wenn die Lösungsmenge von $Ax = 0$ Dimension $\boxed{}$ hat.
- Sei A gegeben durch $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Die Lösungsmenge von $Ax = 0$ hat Dimension $\boxed{}$.

Sei n eine natürliche Zahl sowie $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Es gibt genau dann genau eine Lösung $y \in \mathbb{C}^n$ von $Ax = 0$, wenn die Lösungsmenge von $Ax = 0$ Dimension $\boxed{}$ hat.
- Sei A gegeben durch $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Die Lösungsmenge von $Ax = 0$ hat Dimension $\boxed{}$.

Sei n eine natürliche Zahl sowie $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{Q})$. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Es gibt genau dann genau eine Lösung $y \in \mathbb{Q}^n$ von $Ax = 0$, wenn die Lösungsmenge von $Ax = 0$ Dimension $\boxed{}$ hat.
- Sei A gegeben durch $\begin{pmatrix} -1 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Die Lösungsmenge von $Ax = 0$ hat Dimension $\boxed{}$.

Sei n eine natürliche Zahl sowie $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- Es gibt genau dann genau eine Lösung $y \in \mathbb{R}^n$ von $Ax = 0$, wenn die Lösungsmenge von $Ax = 0$ Dimension $\boxed{}$ hat.
- Sei A gegeben durch $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Die Lösungsmenge von $Ax = 0$ hat Dimension $\boxed{}$.

——— Aufgabe 2 ———

Gegeben ist ein Körper $\mathbb{K}$ sowie eine lineare Abbildung $f : \mathbb{K}^3 \to \mathbb{K}^3$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Gleichung $f(1,2,0) = f(-2,5,3)$ gilt genau dann, wenn $(3,-3,-3) \in \mathrm{Kern}(f)$. ◯ wahr ◯falsch

---

Gegeben ist ein Körper $\mathbb{K}$ sowie eine lineare Abbildung $f : \mathbb{K}^3 \to \mathbb{K}^3$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Gleichung $f(-2,5,-1) = f(0,7,1)$ gilt genau dann, wenn $(-2,-2,-2) \in \mathrm{Kern}(f)$. ◯ wahr ◯falsch

---

Gegeben ist ein Körper $\mathbb{K}$ sowie eine lineare Abbildung $f : \mathbb{K}^3 \to \mathbb{K}^3$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Gleichung $f(2,0,2) = f(-1,3,5)$ gilt genau dann, wenn $(3,-3,-3) \in \mathrm{Kern}(f)$. ◯ wahr ◯falsch

---

Gegeben ist ein Körper $\mathbb{K}$ sowie eine lineare Abbildung $f : \mathbb{K}^3 \to \mathbb{K}^3$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Gleichung $f(6,-2,0) = f(4,0,2)$ gilt genau dann, wenn $(2,-2,-2) \in \mathrm{Kern}(f)$. ◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 3

Gegeben ist eine lineare Abbildung $f : K[x]_2 \to K[x]_2$ sowie eine Basis $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ von $K[x]_2$, sodass die Matrix von f bezüglich der Basis B gegeben ist durch

$$\begin{pmatrix} -1 & 7 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \\ -5 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

□ $2v_1 - v_2 + 3v_3 \in \mathrm{Kern}(f)$.

□ $(-2,1,-3) \in \mathrm{Kern}(f)$.

□ $f(v_1), f(v_2), f(v_3)$ sind linear abhängig.

Gegeben ist eine lineare Abbildung $f : K[x]_2 \to K[x]_2$ sowie eine Basis $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ von $K[x]_2$, sodass die Matrix von f bezüglich der Basis B gegeben ist durch

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ 2 & 6 & 0 \\ -5 & -9 & 3 \end{pmatrix}.$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐$3v_1 - v_2 + 2v_3 \in \mathrm{Kern}(f)$.

☐$(-3, 1, -2) \in \mathrm{Kern}(f)$.

☐$f(v_1), f(v_2), f(v_3)$ sind linear abhängig.

Gegeben ist eine lineare Abbildung $f : K[x]_2 \to K[x]_2$ sowie eine Basis $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ von $K[x]_2$, sodass die Matrix von f bezüglich der Basis B gegeben ist durch

$$\begin{pmatrix} -1 & 8 & 2 \\ 2 & -4 & 0 \\ -5 & 16 & 2 \end{pmatrix}.$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐$-2v_1 - v_2 + 3v_3 \in \mathrm{Kern}(f)$.

☐$(2, 1, -3) \in \mathrm{Kern}(f)$.

☐$f(v_1), f(v_2), f(v_3)$ sind linear abhängig.

Gegeben ist eine lineare Abbildung $f : K[x]_2 \to K[x]_2$ sowie eine Basis $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ von $K[x]_2$, sodass die Matrix von f bezüglich der Basis B gegeben ist durch

$$\begin{pmatrix} -1 & 9 & 3 \\ 2 & -6 & 0 \\ -5 & 21 & 3 \end{pmatrix}.$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐$-3v_1 - v_2 + 2v_3 \in \mathrm{Kern}(f)$.

☐$(3, 1, -2) \in \mathrm{Kern}(f)$.

☐$f(v_1), f(v_2), f(v_3)$ sind linear abhängig.

Aufgabe 4

Sei a eine ganze Zahl. Betrachten Sie die Matrix A gegeben durch $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 4 \end{pmatrix}$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Das Gleichungssystem $Ax = 0$ hat genau dann keine nichttriviale Lösung, wenn a weder 2 noch -2 ist.
◯ wahr ◯falsch

Sei a eine ganze Zahl. Betrachten Sie die Matrix A gegeben durch $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 9 \end{pmatrix}$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Das Gleichungssystem $Ax = 0$ hat genau dann keine nichttriviale Lösung, wenn a weder 3 noch -3 ist.
○ wahr ○falsch

Sei a eine ganze Zahl. Betrachten Sie die Matrix A gegeben durch $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Das Gleichungssystem $Ax = 0$ hat genau dann keine nichttriviale Lösung, wenn a weder 1 noch -1 ist.
○ wahr ○falsch

Sei a eine ganze Zahl. Betrachten Sie die Matrix A gegeben durch $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 16 \end{pmatrix}$. Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Das Gleichungssystem $Ax = 0$ hat genau dann keine nichttriviale Lösung, wenn a weder 4 noch -4 ist.
○ wahr ○falsch

Aufgabe 5

Gegeben ist eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, deren darstellende Matrix bezüglich der Basis B mit Vektoren $b_1 = (0,1,1), b_2 = (1,0,1), b_3 = (1,1,0)$ und der Basis B' mit Vektoren $b_1' = (0,2), b_2' = (1,0)$ gegeben ist durch $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

Betrachten Sie Vektoren bezüglich der Standardbasis dargestellt. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- $f(2,0,0) = ($ ☐ , ☐ $)$,
- $f(0,0,2) = ($ ☐ , ☐ $)$.

Gegeben ist eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, deren darstellende Matrix bezüglich der Basis B mit Vektoren $b_1 = (0,1,1), b_2 = (1,0,1), b_3 = (1,1,0)$ und der Basis B' mit Vektoren $b_1' = (0,2), b_2' = (1,0)$ gegeben ist durch $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

Betrachten Sie Vektoren bezüglich der Standardbasis dargestellt. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- $f(2,0,0) = ($ ☐ , ☐ $)$,
- $f(0,0,2) = ($ ☐ , ☐ $)$.

Gegeben ist eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, deren darstellende Matrix bezüglich der Basis B mit Vektoren $b_1 = (0,1,1), b_2 = (1,0,1), b_3 = (1,1,0)$ und der Basis B' mit Vektoren $b_1' = (0,2), b_2' = (1,0)$ gegeben ist durch $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

Betrachten Sie Vektoren bezüglich der Standardbasis dargestellt. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- $f(2,0,0) = ($ ☐ , ☐ $)$,
- $f(0,0,2) = ($ ☐ , ☐ $)$.

Gegeben ist eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, deren darstellende Matrix bezüglich der Basis B mit Vektoren $b_1 = (0,1,1), b_2 = (1,0,1), b_3 = (1,1,0)$ und der Basis B' mit Vektoren $b_1' = (0,2), b_2' = (1,0)$ gegeben ist durch $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Betrachten Sie Vektoren bezüglich der Standardbasis dargestellt. Ergänzen Sie die richtigen Antworten.

- $f(2,0,0) = ($ ☐ , ☐ $)$,
- $f(0,0,2) = ($ ☐ , ☐ $)$.