ONLINE-TEST 1

Aufgabe 1

Kreuzen Sie die wahren Gleichungen zwischen Elementen der symmetrischen Gruppe Σ_4 an.

☒ $(12) \circ (132) \circ (12) = (123)$.

☐ $(13) \circ (143) \circ (13) = (143)$.

☒ $(23) \circ (143) \circ (142) \circ (23) = (142) \circ (143)$.

Kreuzen Sie die wahren Gleichungen zwischen Elementen der symmetrischen Gruppe Σ_4 an.

☐ $(14) \circ (143) \circ (14) = (143)$.

☒ $(13) \circ (132) \circ (13) = (312)$.

☒ $(23) \circ (142) \circ (143) \circ (23) = (143) \circ (142)$.

Kreuzen Sie die wahren Gleichungen zwischen Elementen der symmetrischen Gruppe Σ_4 an.

☒ $(12) \circ (231) \circ (12) = (132)$.

☒ $(13) \circ (431) \circ (13) = (413)$.

☒ $(23) \circ (124) \circ (143) \circ (23) = (134) \circ (142)$.

Kreuzen Sie die wahren Gleichungen zwischen Elementen der symmetrischen Gruppe Σ_4 an.

☒ $(13) \circ (213) \circ (13) = (231)$.

☒ $(14) \circ (413) \circ (14) = (143)$.

☒ $(23) \circ (314) \circ (214) \circ (23) = (214) \circ (314)$.

Aufgabe 2

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

1. ☐ $sgn((1452)) = 1$.
   ☐ $sgn((21534)) = -1$.
2. ☐ $sgn((124)^4 \circ (5132)^5) = 1$.
   ☒ $sgn(((214) \circ (3152))^7) = -1$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

1. ☒ $sgn((1542)) = -1$.
   ☐ $sgn((12543)) = -1$.
2. ☐ $sgn((142)^4 \circ (5312)^5) = 1$.
   ☒ $sgn(((412) \circ (3512))^7) = -1$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

1. ☒ $sgn((2541)) = -1$.
   ☐ $sgn((45213)) = -1$.
2. ☐ $sgn((142)^4 \circ (5312)^5) = 1$.
   ☐ $sgn(((421) \circ (5312))^7) = 1$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

1. ☒ $sgn((2514)) = -1$.
   ☒ $sgn((21453)) = 1$.
2. ☒ $sgn((124)^4 \circ (5132)^5) = -1$.
   ☒ $sgn(((214) \circ (3152))^7) = -1$.

Aufgabe 3

Sei H die Menge $\{id, (12), (23), (13)\} \subseteq \Sigma_3$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ $\sigma H \subseteq H\sigma$ für alle $\sigma \in \Sigma_3$.

☐ H ist eine normale Untergruppe von Σ_3.

Sei H die Menge $\{id, (12), (23), (13)\} \subseteq \Sigma_3$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ $\sigma H = H\sigma$ für alle $\sigma \in \Sigma_3$.

☒ H ist keine normale Untergruppe von Σ_3.

Sei H die Menge $\{id, (12), (23), (13)\} \subseteq \Sigma_3$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ $\sigma H \supseteq H\sigma$ für alle $\sigma \in \Sigma_3$.

☐ Die Menge $\{\sigma H : \sigma \in \Sigma_3\}$ ist eine Grupe mit Verknüpfung $\sigma H \cdot \tau H = \sigma \circ \tau H$.

Sei H die Menge $\{id, (12), (23), (13)\} \subseteq \Sigma_3$. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ Es gibt ein Element $\sigma \in \Sigma_3$, sodass $\sigma H \neq H\sigma$.

☒ Die Verknüpfung $\sigma H \cdot \tau H = \sigma \circ \tau H$ ist nicht wohldefiniert.

——— Aufgabe 4 ———

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- Sei $\tau \in \Sigma_5$ ein Zyklus und sei $\varphi : \Sigma_5 \to \Sigma_5$ die Abbildung gegeben durch $\varphi(\sigma) = \sigma \circ \tau$.
  φ ist ein Gruppenhomomorphismus. ○ wahr ⊗ falsch
- Sei $\tau \in \Sigma_6$ eine Transposition und sei $\psi : \Sigma_6 \to \Sigma_6$ die Abbildung gegeben durch $\psi(\sigma) = \tau \circ \sigma \circ \tau$.
  ψ ist ein Gruppenhomomorphismus. ⊗ wahr ○ falsch

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- Sei $\tau \in \Sigma_5$ ein Zyklus und sei $\varphi : \Sigma_5 \to \Sigma_5$ die Abbildung gegeben durch $\varphi(\sigma) = \tau \circ \sigma$.
  φ ist kein Gruppenhomomorphismus. ⊗ wahr ○ falsch
- Sei $\tau \in \Sigma_5$ eine Transposition und sei $\psi : \Sigma_5 \to \Sigma_5$ die Abbildung gegeben durch $\psi(\sigma) = \tau \circ \sigma \circ \tau$.
  ψ ist ein Gruppenhomomorphismus. ⊗ wahr ○ falsch

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- Sei $\tau \in \Sigma_6$ ein Zyklus und sei $\varphi : \Sigma_6 \to \Sigma_6$ die Abbildung gegeben durch $\varphi(\sigma) = \tau \circ \sigma$.
  φ ist kein Gruppenhomomorphismus. ⊗ wahr ○ falsch
- Sei $\tau \in \Sigma_7$ eine Transposition und sei $\psi : \Sigma_7 \to \Sigma_7$ die Abbildung gegeben durch $\psi(\sigma) = \tau \circ \sigma \circ \tau$.
  ψ ist kein Gruppenhomomorphismus. ○ wahr ⊗ falsch

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

- Sei $\tau \in \Sigma_7$ ein Zyklus und sei $\varphi : \Sigma_7 \to \Sigma_7$ die Abbildung gegeben durch $\varphi(\sigma) = \sigma \circ \tau$.
  φ ist ein Gruppenhomomorphismus. ○ wahr ⊗ falsch
- Sei $\tau \in \Sigma_4$ eine Transposition und sei $\psi : \Sigma_4 \to \Sigma_4$ die Abbildung gegeben durch $\psi(\sigma) = \tau \circ \sigma \circ \tau$.
  ψ ist kein Gruppenhomomorphismus. ○ wahr ⊗ falsch

Aufgabe 5

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ Die Gruppe A_8 ist eine normale Untegruppe von Σ_8.

☒ $x^3 = x$ für alle $x \in \Sigma_n/A_n$.

☒ $[\Sigma_3 : A_3] = 2$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ Die Gruppe A_9 ist eine normale Untegruppe von Σ_9.

☐ $[\Sigma_3 : A_3] = 3$.

☒ $x^3 = x$ für alle $x \in \Sigma_n/A_n$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☒ $[\Sigma_3 : A_3] = 2$.

☐ Die Gruppe A_7 ist keine normale Untegruppe von Σ_7.

☒ $x^3 = x$ für alle $x \in \Sigma_n/A_n$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐ Die Gruppe A_{10} ist keine normale Untegruppe von Σ_{10}.

☐ $[\Sigma_3 : A_3] = 3$.

☒ $x^3 = x$ für alle $x \in \Sigma_n/A_n$.