ONLINE-TEST 10

Aufgabe 1

Wenn $d_1, \dots, d_k \in \mathbb{N}$, bezeichnen wir mit $(d_j)_{j=1}^k$ die Folge $(d_1, \dots, d_k)$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Es gibt $A \in \mathsf{Mat}(15 \times 15, \mathbb{C})$, sodass $(\dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - 2E_{15})^j))_{j=1}^6 = (4, 7, 10, 11, 12, 12)$.

☐Es gibt $A \in \mathsf{Mat}(15 \times 15, \mathbb{C})$, sodass $(\dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - 2E_{15})^j))_{j=1}^6 = (4, 7, 8, 11, 12, 12)$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Wenn $d_1, \dots, d_k \in \mathbb{N}$, bezeichnen wir mit $(d_j)_{j=1}^k$ die Folge $(d_1, \dots, d_k)$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Es gibt $A \in \mathsf{Mat}(20 \times 20, \mathbb{C})$, sodass $(\dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - 2E_{20})^j))_{j=1}^6 = (5, 9, 13, 15, 16, 16)$.

☐Es gibt $A \in \mathsf{Mat}(20 \times 20, \mathbb{C})$, sodass $(\dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - 2E_{20})^j))_{j=1}^6 = (5, 9, 11, 15, 16, 16)$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Wenn $d_1, \dots, d_k \in \mathbb{N}$, bezeichnen wir mit $(d_j)_{j=1}^k$ die Folge $(d_1, \dots, d_k)$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Es gibt $A \in \mathsf{Mat}(14 \times 14, \mathbb{C})$, sodass $(\dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - 2E_{14})^j))_{j=1}^6 = (4, 7, 9, 10, 11, 11)$.

☐Es gibt $A \in \mathsf{Mat}(14 \times 14, \mathbb{C})$, sodass $(\dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - 2E_{14})^j))_{j=1}^6 = (4, 7, 8, 10, 11, 11)$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Wenn $d_1, \dots, d_k \in \mathbb{N}$, bezeichnen wir mit $(d_i)_{j=1}^k$ die Folge $(d_1, \dots, d_k)$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Es gibt $A \in \mathsf{Mat}(16 \times 16, \mathbb{C})$, sodass $(\dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - 2E_{16})^j))_{j=1}^6 = (5, 8, 10, 11, 12, 12)$.

☐Es gibt $A \in \mathsf{Mat}(16 \times 16, \mathbb{C})$, sodass $(\dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - 2E_{16})^j))_{j=1}^6 = (5, 8, 9, 11, 12, 12)$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Matrix $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Matrix A ist ähnlich zu A^t, wobei A^t die transponierte Matrix von A ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Betrachten Sie die Matrix $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -8 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Matrix A ist ähnlich zu A^t, wobei A^t die transponierte Matrix von A ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Betrachten Sie die Matrix $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 12 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Matrix A ist ähnlich zu A^t, wobei A^t die transponierte Matrix von A ist. ◯ wahr ◯falsch

---

Betrachten Sie die Matrix $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Die Matrix A ist ähnlich zu A^t, wobei A^t die transponierte Matrix von A ist. ◯ wahr ◯falsch

—— Aufgabe 3 ——

Seien $M, N \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ die Matrizen gegeben durch

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt eine $\mathbb{C}$-lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ und Basen B, B' von $\mathbb{C}^4$, sodass $[f]_B = M$ und $[f]_{B'} = N$, wobei $[f]_B$ und $[f]_{B'}$ die darstellenden Matrizen von f bezüglich der Basen B und B' sind. ◯ wahr ◯falsch ___

Seien $M, N \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ die Matrizen gegeben durch

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt eine $\mathbb{C}$-lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ und Basen B, B' von $\mathbb{C}^4$, sodass $[f]_B = M$ und $[f]_{B'} = N$, wobei $[f]_B$ und $[f]_{B'}$ die darstellenden Matrizen von f bezüglich der Basen B und B' sind. ◯ wahr ◯falsch ___

Seien $M, N \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ die Matrizen gegeben durch

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt eine $\mathbb{C}$-lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ und Basen B, B' von $\mathbb{C}^4$, sodass $[f]_B = M$ und $[f]_{B'} = N$, wobei $[f]_B$ und $[f]_{B'}$ die darstellenden Matrizen von f bezüglich der Basen B und B' sind. ◯ wahr ◯falsch ___

Seien $M, N \in \mathsf{Mat}(4 \times 4, \mathbb{C})$ die Matrizen gegeben durch

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.

Es gibt eine $\mathbb{C}$-lineare Abbildung $f : \mathbb{C}^4 \to \mathbb{C}^4$ und Basen B, B' von $\mathbb{C}^4$, sodass $[f]_B = M$ und $[f]_{B'} = N$, wobei $[f]_B$ und $[f]_{B'}$ die darstellenden Matrizen von f bezüglich der Basen B und B' sind. ◯ wahr ◯falsch

Aufgabe 4

Sei $M \in \mathsf{Mat}(17 \times 17, \mathbb{C})$ eine Matrix und sei $\lambda \in \mathbb{C}$. Für $i \geq 1$ definieren wir $d_i = \dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - \lambda E_{17})^i)$. Wir setzen voraus, dass $d_1 = 6, d_2 = 10, d_3 = 13, d_4 = 15, d_5 = 16$ und $d_6 = 17$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 6 Blöcke.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 4 Blöcke der Größe 2×2.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 2 Blöcke der Größe 1×1.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 1 Block der Größe 4×4.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 1 Block der Größe 6×6.

Sei $M \in \mathsf{Mat}(17 \times 17, \mathbb{C})$ eine Matrix und sei $\lambda \in \mathbb{C}$. Für $i \geq 1$ definieren wir $d_i = \dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - \lambda E_{17})^i)$. Wir setzen voraus, dass $d_1 = 6, d_2 = 9, d_3 = 11, d_4 = 13, d_5 = 15, d_6 = 16$ und $d_7 = 17$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 6 Blöcke.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 3 Blöcke der Größe 2×2.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 3 Blöcke der Größe 1×1.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 1 Block der Größe 5×5.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 1 Block der Größe 7×7.

Sei $M \in \mathsf{Mat}(18 \times 18, \mathbb{C})$ eine Matrix und sei $\lambda \in \mathbb{C}$. Für $i \geq 1$ definieren wir $d_i = \dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - \lambda E_{18})^i)$. Wir setzen voraus, dass $d_1 = 7, d_2 = 10, d_3 = 13, d_4 = 16, d_5 = 17$ und $d_6 = 18$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 7 Blöcke.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 3 Blöcke der Größe 2×2.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 4 Blöcke der Größe 1×1.

☐Die Jordan-Normalform von A hat 2 Block der Größe 4×4.

□Die Jordan-Normalform von A hat 1 Block der Größe 6×6.

Sei $M \in \mathsf{Mat}(18 \times 18, \mathbb{C})$ eine Matrix und sei $\lambda \in \mathbb{C}$. Für $i \geq 1$ definieren wir $d_i = \dim_{\mathbb{C}} \mathsf{Kern}((A - \lambda E_{18})^i)$. Wir setzen voraus, dass $d_1 = 7, d_2 = 11, d_3 = 13, d_4 = 15, d_5 = 16, d_6 = 17$ und $d_7 = 18$.

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

□Die Jordan-Normalform von A hat 7 Blöcke.

□Die Jordan-Normalform von A hat 4 Blöcke der Größe 2×2.

□Die Jordan-Normalform von A hat 3 Blöcke der Größe 1×1.

□Die Jordan-Normalform von A hat 1 Block der Größe 4×4.

□Die Jordan-Normalform von A hat 1 Block der Größe 7×7.

Aufgabe 5

Sei $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -25 \\ 4 & -11 \end{pmatrix}$$

Für jedes $n \geq 1$ seien $a_n, b_n, c_n, d_n \in \mathbb{Q}$, sodass

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

□Es gibt $m \geq 1$, sodass $a_{2m} + d_{2m} \neq 2$.

□Es gibt $m \geq 1$, sodass $25c_{2m} \neq 4b_{2m}$.

□Alle obigen Aussagen sind falsch.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -25 \\ 4 & -11 \end{pmatrix}$$

Für jedes $n \geq 1$ seien $a_n, b_n, c_n, d_n \in \mathbb{Q}$, sodass

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

□Es gibt $m \geq 1$, sodass $2a_{2m} + 5c_{2m} \neq 2$.

□Es gibt $m \geq 1$, sodass $5d_{2m} - 2b_{2m} \neq 5$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -25 \\ 4 & -11 \end{pmatrix}$$

Für jedes $n \geq 1$ seien $a_n, b_n, c_n, d_n \in \mathbb{Q}$, sodass

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Es gibt $m \geq 1$, sodass $5d_{2m} - 2b_{2m} \neq 5$.

☐Es gibt $m \geq 1$, sodass $a_{2m} + d_{2m} \neq 2$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.

Sei $A \in \mathsf{Mat}(2 \times 2, \mathbb{Q})$ die Matrix gegeben durch

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -25 \\ 4 & -11 \end{pmatrix}$$

Für jedes $n \geq 1$ seien $a_n, b_n, c_n, d_n \in \mathbb{Q}$, sodass

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

Kreuzen Sie die wahren Aussagen an.

☐Es gibt $m \geq 1$, sodass $25c_{2m} \neq 4b_{2m}$.

☐Es gibt $m \geq 1$, sodass $2a_{2m} + 5c_{2m} \neq 2$.

☐Alle obigen Aussagen sind falsch.